Как показывают численные исследования, такие решения хотя и только приближенно описывают нестационарный процесс, но отличие весьма мало (менее 0.1%).

ЛИТЕРАТУРА

1. Житников В. П., Ошмарина Е. М., Федорова Г. И. *Использование разрывных функций для моделирования растворения при стационарном электрохимическом формообразовании* // Изв. вузов. Математика. – 2010. – № 10. – С. 77-81.

2. Клоков В. В. *Электрохимическое формообразование.* – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1984. – 80 с.

3. Гуревич М. И. *Теория струй идеальной жидкости.* – М.: Наука, 1979. – 536 с.

В. А. Павленко

Институт математики с вычислительным центром Уфимского научного центра РАН, PVA100186@mail.ru

АЛГЕБРА ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ НА МНОГООБРАЗИИ С ВЫДЕЛЕННЫМ ПОДМНОГООБРАЗИЕМ

Основной целью работы является построение алгебры относительных интегральных операторов на многообразиях с выделенными подмногообразиями.

В работах [1], [2] было введено понятие конормальной функции на компактном многообразии X размерности n, в котором выделено гладкое подмногообразие Y размерности $n-1$. По определению, конормальная функция u на X является гладкой функцией на $X \setminus Y$, допускающей асимптотическое разложение определенного вида вблизи Y. Точнее, если точка p принадлежит Y, то в локальной системе координат с координатами $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^{n-1}$, определённой в окрестности точки p и такой, что подмногообразие Y задаётся уравнением $x = 0$, справедливо разложение

$$u(x,y) \sim \sum_{(z,k)\in E_1} a_{z,k}(y) x^z \ln^k |x| \quad x \to 0,$$

где $a_{z,k}(y)$ — гладкие функции на Y. Более того, в [1] и [2] было введено понятие конормальной функции в случае, когда Y является конечным объединением гладких подмногообразий, пересекающихся трансверсально. Можно также ввести понятие относительной полуплотности на X. Пространство относительных полуплотностей будем обозначать через ${}^r\Omega^{\frac{1}{2}}$.

Пусть X, Y — гладкие компактные многообразия (без края), такие, что $\dim X = n$, $\dim Y = m$. Предположим, что X_0, Y_0 — гладкие подмногообразия многообразий X и Y соответственно, такие, что $\dim X_0 = n - 1$, $\dim Y_0 = m - 1$.

Рассмотрим интегральный оператор вида

$$A : C_0^\infty(Y \setminus Y_0, {}^r\Omega^{\frac{1}{2}}) \to C^\infty(X \setminus X_0, {}^r\Omega^{\frac{1}{2}})$$

действие которого на полуплотность $\mu \in C_0^\infty(Y \setminus Y_0, {}^r\Omega^{\frac{1}{2}})$ задаётся формулой

$$A\mu(x) = \int\limits_Y K_A(x,y)\mu(y),$$

где полуплотность $K_A \in C^\infty\Big((X \times Y) \setminus (\{X_0 \times Y\} \cup \{X \times Y_0\}), {}^r\Omega^{\frac{1}{2}}\Big)$ — ядро данного оператора.

Оператор A называется относительным интегральным оператором, если его ядро является конормальной полуплотностью относительно выделенного подмногообразия $\{X_0 \times Y\} \cup \cup \{X \times Y_0\}$ многообразия $X \times Y$.

Можно показать, что любой относительный интегральный оператор переводит конормальные полуплотности в конормальные полуплотности. Более того, если A, B — относительные интегральные операторы, то $\alpha A + \beta B$ — тоже относительный интегральный оператор. Наконец, при определенных условиях на индексные семейства ядер относительных интегральных операторов A и B определена их композиция $A \circ B$, являющаяся относительным интегральным оператором.

Пусть f — конормальная плотность, заданная на компактном многообразии X с выделенным гладким подмногообразием X_0. Относительный интеграл плотности f по X определяется формулой

$$\int\limits_X^r f = \lim_{\varepsilon \to 0} \left(\int\limits_{|x|>\varepsilon} f + \ln \varepsilon \int\limits_{X_0} f \Big|_{X_0} \right),$$

где x — определяющая функция подмногообразия X_0.

Относительным следом относительного интегрального оператора A, который был определён выше, с ядром K_A называется число

$$r - Tr(A) = \int\limits_X^r K_A \Big|_\Delta ,$$

где Δ — диагональ многообразия $X \times X$.

Любому относительному интегральному оператору A на многообразии X с выделенным гладким подмногообразием X_0

ставится в соответствие целое семейство $\{I_\nu(A,\lambda) : \lambda \in \mathbb{C}\}$ интегральных операторов с гладким ядром, действующих в пространстве $C^\infty(X_0)$.

Другим важным результатом работы является следующая формула для относительного следа коммутатора относительных интегральных операторов A и B :

$$r - Tr([A,B]) = -\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} tr(\partial_\lambda I_\nu(A,\lambda) \circ I_\nu(B,\lambda))d\lambda,$$

где $I_\nu(A,\lambda)$, $I_\nu(B,\lambda)$ — индициальные семейства операторов A и B соответственно.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 09-01-00389-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Павленко В. А. *Название материалов конференции* // Тр. Матем. центра им. Н. И. Лобачевского. – Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 2007. – Т. 35. – С. 103-105.

2. Павленко В. А. *Сборник трудов международной школы-конференции для студентов, аспирантов и молодых учёных "Фундаментальная математика и её приложения в естествознании"* //Уфа: Издательство РИЦ БашГУ, 2009. – Т. 1. – С. 311-320.